

7 直交行列と実対称行列

問題 7.1 行列 $A = \begin{pmatrix} 7 & 4 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$ に関して, 設問に答えよ.

- (1) 固有方程式および固有値を求めよ.
- (2) 直交行列 Q および Q^{-1} を求め, 対角化せよ.
- (3) A^n を求めよ.

問題 7.2 行列 $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 0 \end{pmatrix}$ に関して, 設問に答えよ.

- (1) 固有方程式および固有値を求めよ.
- (2) 直交行列 Q および Q^{-1} を求め, 対角化せよ.
- (3) A^n を求めよ.

問題 7.3 $\{q_i \in R^n\}_{i=1}^n$ を正規直交基底とするとき, 行列

$$A = a_1 q_1 q_1^T + a_2 q_2 q_2^T + \dots + a_n q_n q_n^T, \quad a_i \in R^1$$

に関して, 設問に答えよ.

- (1) A は, 対称行列となることを示せ.
- (2) すべての固有値と固有ベクトルを求めよ.
- (3) 直交行列 Q および Q^{-1} を求め, 対角化せよ.