

【随意レポート】

○ このレポートを提出した学生は、このレポートを加えた平均値と通常レポートの平均値を比較し、高い得点の方で単位認定を行うこととする。

○ レポートのファイル名は、sxxxxxx\_sp.pdf とせよ。

【1】 正方行列  $A$  が実固有値  $\alpha$  と固有ベクトル  $\mathbf{u}$  を持つとき、行列  $A + \beta I$  ( $\beta \in \mathbb{R}^1$ ) の固有値と固有ベクトルを一組求めよ。

【2】  $n \times n$  正方行列  $A$  が実固有値  $\{\alpha_1, \dots, \alpha_n\}$  と固有ベクトル  $\{\mathbf{u}_1, \dots, \mathbf{u}_n\}$  を持つとき、 $A^T$  の固有値と固有ベクトルをすべて求めよ。

【3】 正方行列  $A$  が複素共役固有値  $\sigma \pm i\omega$  と複素共役固有ベクトル  $\mathbf{u} \pm i\mathbf{v}$  を持つとき、 $\sigma$  と  $\omega$  を  $A, \mathbf{u}, \mathbf{v}$  のみを用いて表せ。尚、虚数単位を答えに含んではならない。

【4】 実固有値  $\alpha$  と  $\beta$  ( $|\alpha| > |\beta|$ ) および非直交な 2 次元固有ベクトル  $\mathbf{u}$  と  $\mathbf{v}$  を持つ  $2 \times 2$  正方行列  $A$  に関して、以下の設問に答えよ。

(1) 無作為に選択した 2 次元ベクトル  $\mathbf{x}$  に対して、

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{A^n \mathbf{x}}{\|A^n \mathbf{x}\|}$$

を求めよ。必要であれば  $\mathbf{u}$  と  $\mathbf{v}$  の双直交基底  $\mathbf{p}$  と  $\mathbf{q}$  を使用してよい。

(2) (1)の性質から行列の数値計算上で有益となる知見について説明せよ。